

Kirjoita jokaisen vastauspaperin yläreunaan nimesi, opiekelijanumerosi, nimikirjoituksesi, kurssin nimi ja tenttipäivämäärä.

1. (6 p) Laadi standardimallinen (1-nauhainen, deterministinen) Turingin kone, joka tunnistaa kielen
 $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ sisältää yhtä monta } a\text{:ta ja } b\text{:tä missä tahansa järjestyksessä}\}.$
2. (8 p) Olkoon $\Sigma = \{0, 1\}$ ja c_M koneen M koodi binäärilukuna. Sijoita seuraavat kielet Chomskyn kielihierakiaan! Perustele vastauksesi!
 - (a) $\{w_1w_2 \mid w_1, w_2 \in \Sigma^*, |w_1| = |w_2|\}$
 - (b) $\{w_1w_2 \mid w_1, w_2 \in \Sigma^* \text{ ovat palindromeja}\}$
 - (c) $\{c_M \mid 0 \in L(M)\}$
 - (d) $\{c_M \mid c_M \text{ sisältää osajonon } 0000000\}$
3. (8 p) Mitä seuraavat tulokset merkitsevät käytännössä? (Pohdi asiaa erityisesti ratkeavuu-den kannalta.)
 - (a) Kieli $A \subseteq \Sigma^*$ on rekursiivinen, jos ja vain jos $A \subseteq \Sigma^*$ ja sen komplementti $\bar{A} = \Sigma^* \setminus A$ ovat rekursiivisesti lueteltavia.
 - (b) Jos kielet $A \subseteq \Sigma^*$ ja $B \subseteq \Sigma^*$ ovat rekursiivisia, niin myös kieli $A \cup B$ on rekursiivinen.
 - (c) Kieli $H = \{c_M w \mid M \text{ pysähtyy syötteellä } w\}$ on rekursiivisesti lueteltava ja sen komplementtikieli \bar{H} ei-rekursiivisesti lueteltava.
 - (d) Universaalikieli $U = \{c_M w \mid w \in L(M)\}$ on rekursiivisesti lueteltava mutta ei-rekursiivinen.
4. (10 p) Tarkastellaan ohjelmaa P , jonka koodi on p . Ohjelmalle P voi antaa syötteenä min-kätähansa merkkijonon, myös tyhjän merkkijonon. Voitko laatia ohjelman Q , joka päättelee koodista p seuraavat ominaisuudet:
 - (a) Jos P saa syötteenään jonkin sosiaaliturvatunnuksen (muodossa ppkkvv-xxxx, missä pp=päivä, kk=kuukausi, vv=vuosi ja xxxx on numeroista ja kirjaimista koostuva loppukoodi), niin se tulostaa vastaavan syntymäajan 100 tunnin sisällä.
 - (b) P tulostaa kaikki syntymäajat oikein, kun sille annetaan vastaava sosiaaliturvatunnus.
 - (c) Jos P saa syötteenään sinun sosiaaliturvatunnuksesi, se kaatuu.
 - (d) Ohjelman P koodi sisältää nimesi.
 - (e) P pysähtyy elinaikanasi, jos se käynnistetään ilman syötettä.
 - (f) P tunnistaa kaikki merkkijonot, jotka eivät ole kelvollisia sosiaaliturvatunnuksia, ja tulostaa vastauksen "Laiton".

Kerro kustakin ongelmasta, onko se ratkeava, osittain ratkeava vai täysin ratkeamaton! Perustele huolella! (Todista, jos tarpeen.)