

16. Muodosta seuraavia Karnaugh'n karttoja vastaavat sievennetyt DNF-muotoiset lauseet. Muunna ne myös KNF-muotoon.

<p>(a)</p> <table style="border-collapse: collapse; margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding-right: 5px;">C</td> <td style="padding-right: 5px;">1</td> <td colspan="4" style="text-align: center; padding: 0 10px;">AB</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="padding: 0 5px;">11</td> <td style="padding: 0 5px;">10</td> <td style="padding: 0 5px;">00</td> <td style="padding: 0 5px;">01</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 5px;">0</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> </tr> </table>	C	1	AB						11	10	00	01	0	0	1	1	1	1	<p>(b)</p> <table style="border-collapse: collapse; margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding-right: 5px;">CD</td> <td></td> <td colspan="4" style="text-align: center; padding: 0 10px;">AB</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="padding: 0 5px;">11</td> <td style="padding: 0 5px;">10</td> <td style="padding: 0 5px;">00</td> <td style="padding: 0 5px;">01</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 5px;">11</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 5px;">10</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 5px;">00</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 5px;">01</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> </tr> </table>	CD		AB						11	10	00	01	11	1	0	0	1	1	10	0	1	1	0	0	00	0	1	1	1	1	01	1	0	1	1	1
C	1	AB																																																					
		11	10	00	01																																																		
0	0	1	1	1	1																																																		
CD		AB																																																					
		11	10	00	01																																																		
11	1	0	0	1	1																																																		
10	0	1	1	0	0																																																		
00	0	1	1	1	1																																																		
01	1	0	1	1	1																																																		

Vihje: DNF \rightarrow KNF -muunnoksessa on hyödyksi käyttää useammalle termille yleistettyjä osittelulakeja, esim:

$$(A \wedge B) \vee (C \wedge D) \equiv (A \vee C) \wedge (A \vee D) \wedge (B \vee C) \wedge (B \vee D)$$

tai

$$(A \wedge B) \vee (C \wedge D \wedge E) \equiv (A \vee C) \wedge (A \vee D) \wedge (A \vee E) \wedge (B \vee C) \wedge (B \vee D) \wedge (B \vee E)$$

Jos ajatellaan alkuperäisen disjunktion konjunktioparametreja joukoiksi, niin ne ikäänkuin muodostavat karteesisen tulon. Tämä voidaan tarvittaessa yleistää myös useampiosaiselle disjunktioille. Kaavat toimivat myös vastaavasti KNF \rightarrow DNF -versioina. Näiden todistaminen on vapaaehtoinen harjoitustehtävä joka on varsin suoraviivainen käyttäen perusmuotoista osittelulakeja useasti.

17. Sievennä seuraavat lausekkeet Karnaugh'n karttoja apuna käyttäen.

- (a) $(A \wedge B \wedge C) \vee (\neg A \wedge B \wedge C) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C) \vee (A \wedge \neg B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge \neg C)$
 (b) $(A \wedge B \wedge C \wedge D) \vee (\neg A \wedge B \wedge C \wedge D) \vee (A \wedge B \wedge \neg C \wedge \neg D) \vee (A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge \neg D) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C \wedge \neg D) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge \neg D) \vee (A \wedge B \wedge \neg C \wedge D) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C \wedge D)$

<p>(a)</p> <table style="border-collapse: collapse; margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding-right: 5px;">C</td> <td style="padding-right: 5px;">1</td> <td colspan="4" style="text-align: center; padding: 0 10px;">AB</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="padding: 0 5px;">11</td> <td style="padding: 0 5px;">10</td> <td style="padding: 0 5px;">00</td> <td style="padding: 0 5px;">01</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 5px;">0</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> </tr> </table>	C	1	AB						11	10	00	01	0						<p>(b)</p> <table style="border-collapse: collapse; margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding-right: 5px;">CD</td> <td></td> <td colspan="4" style="text-align: center; padding: 0 10px;">AB</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="padding: 0 5px;">11</td> <td style="padding: 0 5px;">10</td> <td style="padding: 0 5px;">00</td> <td style="padding: 0 5px;">01</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 5px;">11</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 5px;">10</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 5px;">00</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 5px;">01</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td> </tr> </table>	CD		AB						11	10	00	01	11						10						00						01					
C	1	AB																																																					
		11	10	00	01																																																		
0																																																							
CD		AB																																																					
		11	10	00	01																																																		
11																																																							
10																																																							
00																																																							
01																																																							

18. Tee verkosta sivulla <http://webpace.ship.edu/deensley/DiscreteMath/flash/> kohdan 3.1 joukkotehtävistä sarjat "Three-set Venn diagrams" ja "Counterexamples". Huomaa, että ko. kirja käyttää joukon A komplementista merkintää A' , joukkojen A ja B erotuksesta merkintää $A - B$ ja perusjoukosta merkintää U .
19. Tee verkosta sivulla <http://webpace.ship.edu/deensley/DiscreteMath/flash/> kohdan 3.3 joukkotehtävät (sarjat "Fill in the blanks" ja "Scrambled Proofs").
20. Formalisoi seuraavat väittämät predikaattilogiikan lauseiksi kun perusjoukkona ovat kaikki eläimet.
- (a) Kaikki leijonat ovat saalistajia.
 - (b) Jotkin leijonat asuvat Afrikassa.
 - (c) Vain leijonat karjuvat.
 - (d) Jotkut leijonat syövät seeproja.
 - (e) Jotkut leijonat syövät vain seeproja.